

ข้อสอบกลางภาค

วิชา 1103 301 Waves and Optics

ผู้ออกข้อสอบ ดร. จิตกร ผลโยธ

จำนวนนักศึกษา 18 คน

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

สอบวันที่ 22 ธันวาคม 2556

เวลาสอบ 09.00-12.00 น.

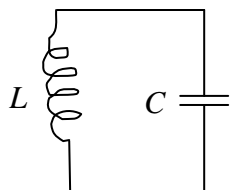
ห้องสอบ SC412

ชื่อ-สกุล รหัสประจำตัว

- คำอธิบาย
1. ข้อสอบมี 10 ข้อๆ รวม 180 คะแนน
 2. ให้แสดงวิธีหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้
 4. ให้เขียนชื่อและรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบในทุกหน้าของข้อสอบ
 3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณได้
 4. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิชาเรียนเข้าห้องสอบ

เอกถัถษณัฒมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
ภูมิปัญญาแห่งลุ่มน้ำโขง

1. วงจร LC ประกอบด้วยตัวเหนี่ยวนำ L และตัวเก็บประจุ C ดังรูป ทำให้ประจุไฟฟ้า q ภายในวงจรเคลื่อนที่กลับไปกลับมา (มีการสั่นของประจุ) ด้วยแอมพลิจูดคงที่



- 1.1 จงหาสมการการสั่น (5 คะแนน)
1.2 จงหาความถี่ (f) ของการสั่น (5 คะแนน)
1.3 พลังงานของการสั่น (10 คะแนน)

2. พิจารณาระบบการสั่น 2 ระบบ ซึ่งสั่นแบบ S.H.M. ในทิศทางตั้งฉากกัน โดยสั่นในแนวแกน x และในแนวแกน y ตามลำดับ ในแต่ละระบบ จะสั่นด้วยความถี่ ω เท่ากัน โดยมีการขจัดของการสั่นในแต่ละแนวแกนเป็นไปตามสมการ

$$x = a \sin \omega t \text{ และ } y = b \cos \omega t \text{ ตามลำดับ}$$

เมื่อ a และ b เป็นแอมพลิจูดของการสั่นในแนวแกน x และในแนวแกน y ($a > b$) ตามลำดับ จงหาว่ารูปแบบของการสั่นรวมจะมีลักษณะเป็นรูปอะไร โดยให้แสดงสมการความสัมพันธ์ประกอบการอธิบาย (20 คะแนน)

3. ในการเคลื่อนที่ของมวล m ที่ยึดติดกับสปริงที่มีค่าคงที่เป็น k มีค่าคงที่ของแรงต้านการเคลื่อนที่เป็น γ ที่เวลา t ใดๆ มีการขจัด $x(t)$ เป็น

$$x(t) = Ce^{-\frac{\gamma t}{2m} \pm t \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}} \quad \text{เมื่อ } C \text{ เป็นค่าคงที่}$$

- 3.1 จงหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิด small damping (5 คะแนน)
 3.2 จงเขียนรูปอธิบายการขจัด $x(t)$ ของมวล m ขณะเวลา t ใดๆ (5 คะแนน)

4. จากข้อมูลข้อ 3. ถ้ามีแรงภายนอก $F = F_0 \cos \omega t$ มากระทำต่อระบบการสั่นเดิม ทำให้ระบบใหม่สั่นด้วยความถี่เชิงมุม ω มีการขจัด $x(t)$ ของมวล m ขณะเวลา t ใดๆเป็น

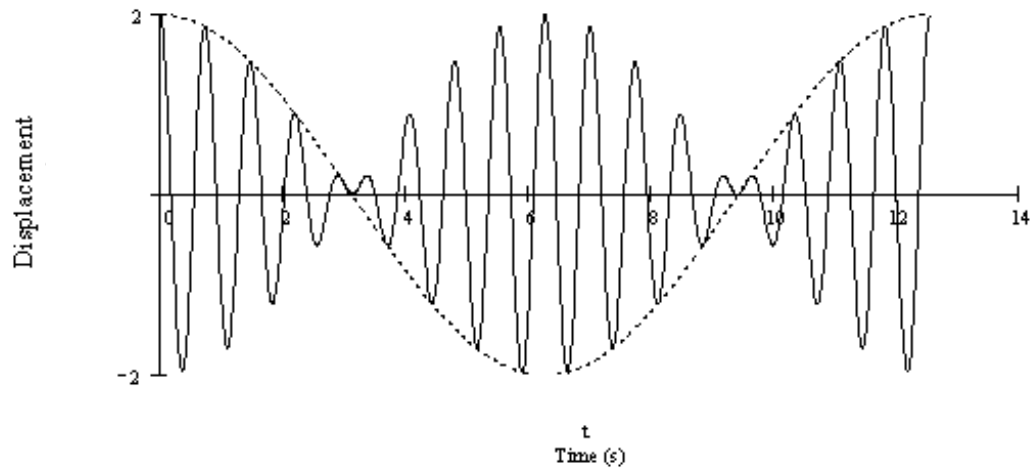
$$x(t) = \frac{F_0}{\omega Z_m} \sin(\omega t - \phi)$$

$$\text{เมื่อ } Z_m = \sqrt{\gamma^2 + \left(\omega m - \frac{k}{\omega}\right)^2}$$

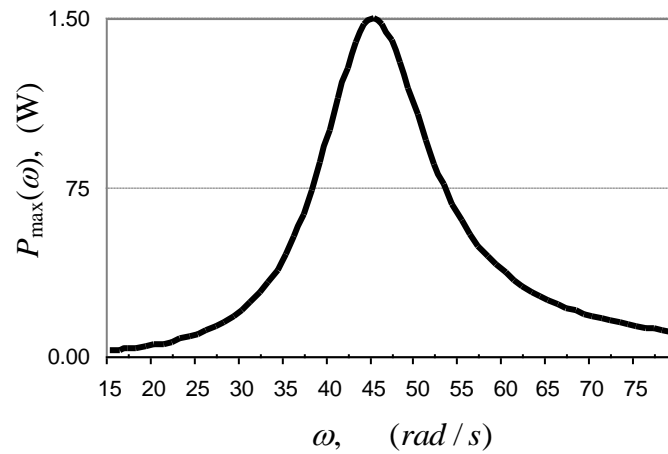
$$\text{และ } \phi \text{ คือ มุมเฟสที่สอดคล้อง มีค่าเท่ากับ } \tan^{-1} \left(\frac{\omega m - \frac{k}{\omega}}{\gamma} \right)$$

- 4.1 จงหาเงื่อนไขของความถี่เชิงมุม ω ที่ทำให้ได้แอมพลิจูดของการสั่นมากที่สุด (5 คะแนน)
- 4.2 จงหาค่าแอมพลิจูดของการสั่นมากที่สุดนี้ (5 คะแนน)
- 4.3 จงหากำลังเฉลี่ย (P_{av}) (10 คะแนน)

5. จากรูปเป็นความสัมพันธ์ระหว่างการขจัด (displacement) และเวลา (time) ของระบบการสั่นรวม (ความถี่เชิงมุม ω_{av} และ ω_{mod}) ที่เกิดจากการสั่นของระบบการสั่นที่มีความถี่ใกล้เคียงกัน 2 ระบบ (ความถี่เชิงมุม ω_1 และ ω_2) เมื่อ $\omega_{av} = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$ และ $\omega_{mod} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$ จงหาค่าของ ω_{av} ω_{mod} ω_1 และ ω_2 ที่เกิดจากข้อมูลในกราฟ (10 คะแนน)

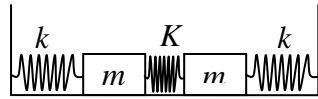


6. จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสูงสุด $P_{\max}(\omega)$ เนื่องจากการสั่นที่มีแรงภายนอกแบบฮาร์โมนิกมากระทำต่อระบบ ทำให้ระบบสั่นด้วยความถี่เชิงมุม ω



- 6.1 จงหาความถี่กำทอน (resonance) ของระบบนี้ (5 คะแนน)
- 6.2 จงหาค่าแฟคเตอร์คุณภาพ (Quality factor) ของระบบนี้ (5 คะแนน)

7. พิจารณาการมวล m สองอัน ซึ่งยึดติดกับสปริงเบาที่มีค่าคงที่เป็น k ระหว่างมวลทั้งสอง มีสปริงเบาที่มีค่าคงที่ K ยึดกันไว้ เริ่มต้นมวลทั้งสองให้เคลื่อนที่เข้าหากันด้วยระยะห่างจากตำแหน่งสมดุล a เท่ากัน ดังรูป แล้วปล่อยให้ระบบสั่น



- 7.1 จงหาสมการของการสั่นนี้ (10 คะแนน)
 7.2 จงหาความถี่เชิงมุมของการสั่น (10 คะแนน)

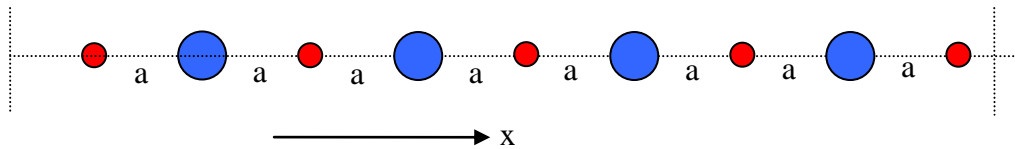
8. พิจารณาการเคลื่อนที่ของคลื่นตามขวางในแนวแกน x ในตัวกลางที่ 1 ซึ่งมีค่า Impedance เป็น Z_1 เคลื่อนที่เข้าไปในตัวกลางที่ 2 ที่มีค่า Impedance เป็น Z_2 ทำให้เกิดการสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นที่รอยต่อระหว่างตัวกลาง
- 8.1 จงหาค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนของแอมพลิจูด (R) ของคลื่น (10 คะแนน)
 - 8.2 จงหาค่าสัมประสิทธิ์ของการส่งผ่านของแอมพลิจูด (T) ของคลื่น (10 คะแนน)
 - 8.3 จงแสดงว่ามีการอนุรักษ์พลังของคลื่นที่รอยต่อระหว่างตัวกลาง (10 คะแนน)

9. พิจารณาการเกิดคลื่นนิ่งจำนวน n ลูป ในเส้นเชือกมวล m มีการขจัดของเชือก $y_n(x,t)$ ที่ระยะ x ขณะเวลา t ใดๆเขียนเป็น

$$y_n(x,t) = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin \frac{\omega_n x}{c}$$

เมื่อ A_n และ B_n คือ แอมพลิจูดของคลื่นซึ่งมีค่าคงที่
 และ ω_n คือ ความถี่ของการสั่นขณะเกิดคลื่นนิ่ง n ลูป
 จงหาว่าพลังงานรวมของการสั่น (E_n) มีค่าเท่าใด (20 คะแนน)

10. เมื่อมีคลื่นตามขวางเคลื่อนที่เข้าไปในผลึกไอออนที่ประกอบด้วยอะตอม 2 ชนิด มวล m_1 และ m_2 ที่วางเรียงสลับกันในผลึกไอออนในแนวแกน x ดังรูป โดยทุกอะตอมที่อยู่ใกล้กันมีจุดศูนย์กลางมวลห่างกัน a มีแรงยึดหยุ่นระหว่างกันเป็น T ถ้ามวลก้อนเล็ก (m_1) วางอยู่ที่ตำแหน่งเลขคู่ ($2r$) และมวลก้อนใหญ่ (m_2) วางอยู่ที่ตำแหน่งเลขคี่ ($2r+1$) เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots$ และ $y_n(x, t)$ คือ การขจัดของมวลต่างๆ ที่ตำแหน่ง n



จงหาความถี่เชิงมุมของการสั่นของมวลทั้งสอง (20 คะแนน)